

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

Број на задача	Решение	Бодови
1.	Г	1
2.	Б	1
3.	Б	1
4.	В	1
5.	Г	1
6.	А	1
7.	В	1
8.	Б	1
9.	Б	1
10.	Г	1

Број на задача	Решение	Бодови
11.	А	1
12.	В	1
13.	Г	1
14.	В	1
15.	А	1
16.	Б	1
17.	Г	1
18.	Б	1
19.	В	1
20.	Г	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
21.	А. НЗД $\left((1+a)^2, 1-a^2, (1-a)^2\right)=1$ Б. НЗС $\left((1+a)^2, 1-a^2, (1-a)^2\right)=(1-a^2)^2$, или некој друг еквивалентен запис на полиномот, на пример $(1-a)^2(1+a)^2$.	1 1
22.	А. $\frac{4}{15}$ Б. $x \geq \frac{1}{3}$ или $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$	1 1
23.	А. 6 или шест Б. 5 или пет	1 1
24.	А. $k_1 = -1$ и $k_2 = 1$ или $k = \pm 1$ Б. $k \in (-1, 1)$	1 1
25.	А. 25 Б. 8	1 1
26.	А. $l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$	1
27.	А. 4 Б. 32	1 1
28.	А. $8\sqrt{3}$ или $\sqrt{192}$ Б. 192π	1 1
29.	А. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ или $(0,5;-1)$ Б. 13	1 1
30.	А. -4 Б. 4	1 1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Чекори		Бодови
Ги разложува броителите и именителите на дробките на прости множители:		1
$\left(\frac{a}{(a-2)(a+2)} - \frac{8}{a(a+2)} \right) \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$		
Прв начин	Втор начин	
Ги сведува дробките во заградата на заеднички именител и одзема:	Го користи дистрибутивниот закон и крати:	1
$\frac{a^2-8a+16}{a(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$	$\frac{a}{\cancel{(a-2)}(a+2)} \cdot \frac{\cancel{a}(\cancel{a-2})}{a-4} - \frac{8}{\cancel{a}(a+2)} \cdot \frac{\cancel{a}(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$	
Го запишува броителот на првата дробка како бином на квадрат, а потоа крати:	Запишува еквивалентен израз:	1
$\frac{(a-4)^2}{a(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2} = \frac{a-4}{a+2} + \frac{a+8}{a+2}$	$\frac{a^2-8a+16}{(a+2)(a-4)} + \frac{a+8}{a+2}$	
Ги собира добиените дробки, извлекува пред заграда во броителот и крати, со што го добива резултатот:	Ја проширува втората дробка со $a-4$, потоа крати:	1
$\frac{a-4}{a+2} + \frac{a+8}{a+2} = \frac{2a+4}{a+2} = \frac{2(a+2)}{a+2} = 2$	$\frac{a^2-8a+16+a^2+4a-32}{(a+2)(a-4)} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-2a-8} = 2$	
Вкупно бодови		4

32.

Чекори	Бодови
Ја трансформира првата неравенка до облик $x \leq \frac{9}{2}$.	1
Ја трансформира втората неравенка до облик $x > -\frac{4}{5}$.	1
Го определува пресекот на двата интервали и го добива решението на неравенката $\left[-\frac{4}{5}, \frac{9}{2}\right]$.	1
Го одредува множеството $C = \{1, 2, 3, 4\}$.	1
Вкупно бодови	4

33.

Чекори		Бодови
Прв начин	Втор начин	
Ги означува должините на деловите на отсечката, на пример a, b, c и d . Од условот на задачата ги запишува односите: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \frac{b}{c} = \frac{3}{5} \text{ и } \frac{c}{d} = \frac{5}{6}.$	Ги означува должините на деловите на отсечката, на пример a, b, c и d . Од условот на задачата запишува: $a = 2t, b = 3t, c = 5t$ и $d = 6t$.	1
Ги изразува сите односи со помош на еден ист дел, на пример: $b = \frac{3}{5}c, d = \frac{6}{5}c \text{ и } a = \frac{2}{3}b = \frac{2}{5}c.$	Го запишува условот $a + b + c + d = 128$ и со замена за a, b, c и d добива $t = 8$.	1
Заменува во равенката $a + b + c + d = 128$ и ја одредува вредноста $c = 40$.	Ја заменува добиената вредност на t во $c = 5t$ и добива $c = 40$.	1

34.

Чекори		Бодови
Зададената равенка ја трансформира во општ вид: $8x^2 - (m-2)x + m - 8 = 0 \text{ или } 8x^2 + (2-m)x + m - 8 = 0$		1
Прв начин	Втор начин	
А. Го запишува условот $x_1 = x_2$. Заклучува дека $D = 0$ и ја определува дискриминантата на равенката $D = (m-2)^2 - 32(m-8)$ Ја добива равенката $m^2 - 36m + 260 = 0.$	А. Го запишува условот $x_1 = x_2$. Ја претставува равенката во облик $x^2 - \frac{m-2}{8}x + \frac{m-8}{8} = 0.$ Користејќи ги Виетовите формули го добива системот $\begin{cases} 2x_1 = \frac{m-2}{8} \\ x_1^2 = \frac{m-8}{8} \end{cases},$ односно равенката $m^2 - 36m + 260 = 0.$	1
Ги определува решенијата на равенката $m_1 = 26, m_2 = 10$.		1
Б. Го запишува условот $x_1 = -x_2$ т.е. $x_1 + x_2 = 0$. Ја запишува равенката во облик $x^2 - \frac{m-2}{8}x + \frac{m-8}{8} = 0$. Користејќи ги Виетовите формули заклучува дека $\frac{m-2}{8} = 0$, односно $m = 2$.		1
В. Го запишува условот $x_1 = \frac{1}{x_2}$ т.е. $x_1 x_2 = 1$. Користејќи ги Виетовите формули заклучува дека $\frac{m-8}{8} = 1$, односно $m = 16$.		1
Вкупно бодови		5

35.

Чекори			Бодови
Ја определува должината на страната $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 2$			1
Прв начин	Втор начин	Трет начин	
Покажува дека $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ ($\square CAB$ е заеднички, $\square ABC = \square ADF$, $\square BCA = \square DFA$).	Покажува дека $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ ($\square BCA$ е заеднички, $\square CAB = \square CFE$, $\square ABC = \square FEC$).	Покажува дека $\triangle ADF \sim \triangle FEC$ ($\square CFE = \square FAD$, $\square ECF = \square DFA$, $\square FEC = \square ADF$).	1

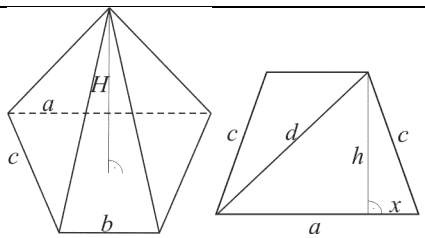
Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците и за висината H на $\triangle ABC$ добива: $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{H}{h}, \text{ односно } H = 108.$	Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците и за висината H на $\triangle ABC$ добива: $\frac{\overline{AB}}{\overline{FE}} = \frac{H}{H-h},$ односно $H = 108$.	Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците $\frac{\overline{AD}}{\overline{FE}} = \frac{h}{H_1}, \text{ и за висината } H_1 \text{ на } \triangle FEC \text{ се добива } H_1 = 96, \text{ од каде за висината } H \text{ на } \triangle ABC \text{ се добива } H = 96 + 12 = 108.$	1
Вкупно бодови			3
Чекори			Бодови
Четврт начин	Петти начин		
Ја запишува плоштината на триаголникот како збир од плоштините на паралелограмот и двата триаголници т.е. $P_{\triangle ABC} = P_{\triangle ADF} + P_{DBEF} + P_{\triangle FEC}$	Ја запишува плоштината на триаголникот како збир од плоштините на трапез и триаголник т.е. $P_{\triangle ABC} = P_{\triangle ABEF} + P_{\triangle FEC}$		1
Ги заменува формулите за плоштина и ја добива равенката: $\frac{18 \cdot 12}{2} = \frac{2 \cdot 12}{2} + 16 \cdot 12 + \frac{16 \cdot (H-12)}{2}$	Ги заменува формулите за плоштина и ја добива равенката: $\frac{18 \cdot 12}{2} = \frac{(18+16) \cdot 12}{2} + \frac{16 \cdot (H-12)}{2}$		1
Ја решава равенката и добива $H = 108$.	Ја решава равенката и добива $H = 108$.		1
Вкупно бодови			3

36.

Чекори	Бодови
Ја користи Питагоровата теорема за да ја пресмета должината на втората дијагонала на ромбот : $\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$ Добива $d_2 = 6 \text{ cm}$.	1
Ја пресметува плоштината на основата $B = \frac{d_1 d_2}{2} = 24 \text{ cm}^2$.	1
Воочува дека $H = 2a = 10 \text{ cm}$ и ја пресметува плоштината на обвивката $M = 4aH = 200 \text{ cm}^2$	1
Ја пресметува плоштината на призмата $P = 2B + M = 248 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови	4

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

37.

Чекори		Бодови
		
Прв начин	Втор начин	
Користејќи ја Хероновата формула, ја пресметува плоштината на триаголникот со страни a, c, d: $P = \sqrt{s(s-a)(s-c)(s-d)}, s = \frac{a+c+d}{2},$ добива $P = 630 \text{ cm}^2$.	Нека h е висината на траpezот. Означува $x = \frac{a-b}{2}$ и ја користи Питагоровата теорема за да ја изрази висината на траpezот: $h^2 = c^2 - x^2 \text{ и } h^2 = d^2 - (a-x)^2.$	1
Воочува дека плоштината на истиот триаголник може да се пресмета со формулата $P = \frac{ah}{2}$, каде што h е висината на триаголникот спуштена на страната a и ја пресметува висината на основата $h = \frac{2P}{a} = 20 \text{ cm}$.	Ги изедначува десните страни, ја решава по x равенката $c^2 - x^2 = d^2 - (a-x)^2.$ Добива $x = 15$ и $h^2 = c^2 - x^2 = 400$, односно $h = 20 \text{ cm}$.	1
Ја определува помалата основа на траpezот $b = a - 2\sqrt{c^2 - h^2} = 33 \text{ cm}$.	Ја определува помалата основа на траpezот $b = a - 2x = 33 \text{ cm}$.	1
Ја пресметува плоштината на основата: $B = \frac{a+b}{2}h = 960 \text{ cm}^2$.		1
Го пресметува волуменот на пирамидата $V = \frac{BH}{3} = 9600 \text{ cm}^3$.		1
Вкупно бодови		5

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

38.

Чекори	Бодови
А. Воочува дека точката $(-1, 7)$ лежи на правата $(p+2)x - y - 2p + 3 = 0$. Ги заменува координатите на точката во равенката на правата. Ја добива равенката $(p+2) \cdot (-1) - 7 - 2p + 3 = 0$, чие решение е $p = -2$.	1
Б. Ги определува коефициентите на правец на двете прави: $k_1 = p+2, k_2 = -2$ и од условот за паралелност на две прави $k_1 = k_2$, ја добива равенката $p+2 = -2$, чиешто решение е $p = -4$.	1
В. Ја заменува вредноста на параметарот во равенката на правата $(p+2)x - y - 2p + 3 = 0$. Го решава системот равенки $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$ и ги добива координатите на пресечната точка $x = 1, y = 3$.	1

Вкупно бодови	3
----------------------	----------

39.

Чекори	Бодови
Определува равенка на права низ две точки $A(4,6)$ и $B(-4,0)$ $y = \frac{3}{4}x + 3$. или го одредува коефициентот на правец на правата AB , $k = \frac{3}{4}$	1
Го користи условот за нормалност на две прави и го определува коефициентот на правец $k_2 = -\frac{1}{k_1} = -\frac{4}{3}$.	1
Ја определува равенката на правата h_c што минува низ точката C и има коефициент на правец $k_2 = -\frac{4}{3}$ и добива $h_c: y + 4 = -\frac{4}{3}(x + 1)$.	1
Го запишува општиот облик на равенката $4x + 3y + 16 = 0$	1
Вкупно бодови	4

40.

Чекори		Бодови
Прв начин	Втор начин	
Го запишува како равенка дадениот услов за аритметичката прогресија: $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 9$, односно $a_1 + d = 3$	Го означува со a_2 вториот член, ја запишува аритметичката прогресија како $a_2 - d, a_2, a_2 + d$ и го користи дадениот услов: $a_2 - d + a_2 + a_2 + d = 9$. Добива дека $a_2 = 3$.	1
Воочува дека $a_1 + 4, a_1 + d$ и $a_1 + 2d$ се членовите на геометриската прогресија и важи условот $(a_1 + d)^2 = (a_1 + 4)(a_1 + 2d)$	Воочува дека геометриската прогресија е од облик $7 - d, 3, 3 + d$ и важи $\frac{3}{7 - d} = \frac{3 + d}{3}$, односно $9 = (7 - d)(3 + d)$.	1
Го формира системот равенки, што со метод на замена се сведува на квадратна равенка $d^2 - 4d - 12 = 0$. Воочува дека системот има две решенија: $a_1 = 5, d = -2$ и $a_1 = -3, d = 6$.	Ги добива решенијата на равенката $d^2 - 4d - 12 = 0$ $d_1 = -2, d_2 = 6$.	1
Го отфрла решението $a_1 = 5, d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и од решението $a_1 = -3, d = 6$ ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.	Го отфрла решението $d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.	1
Вкупно бодови		4
Чекори		Бодови
Трет начин		
Го запишува како равенка дадениот услов за аритметичката прогресија: $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 9$, односно $a_1 + d = 3$		1

Воочува дека $a_1 + 4$, $a_1 + d$ и $a_1 + 2d$ се членовите на геометриската прогресија и важи условот $\frac{a_1 + d}{a_1 + 4} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + d}$	1
Го формира системот равенки што со метод на замена се сведува на квадратна равенка $a_1^2 - 2a_1 - 15 = 0$. Воочува дека системот има две решенија: $a_1 = 5, d = -2$ и $a_1 = -3, d = 6$.	1
Го отфрла решението $a_1 = 5, d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и од решението $a_1 = -3, d = 6$ ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.	1
Вкупно бодови	4